UNIVERSITE PAUL SABATIER

L2 Physique et Sciences Physiques et Chimiques

Année Universitaire 2011–2012

Electromagnétisme

Partiel Mars 2012 (Durée 1h30)

I. Equations de Maxwell

Rappeler les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère dans le vide, sous leurs formes locales et intégrales.

II. Chauffage par induction

Un solénoïde cylindrique d'axe *z'z*, de rayon *R* et de longueur *l (l>>R)*, comportant *n* spires par unité de longueur, est parcouru par un courant constant d'intensité *I*. On admet que le champ magnétique propre $B_0(t)$ produit par le solénoïde est uniforme à l'intérieur ($\rho<R$) : $\overrightarrow{B_0}(t) = \mu_0\, n\, I\, \overrightarrow{e_z}$

1. Calculer le flux propre Φ_0 de $\overrightarrow{B_0}(t)$ à travers une spire du solénoïde. En déduire le flux total Φ_P à travers le solénoïde.
2. Déterminer l'inductance propre *L* du solénoïde en fonction de μ_0, *n*, *l*, *R*.
3. Calculer l'énergie magnétique ξ_m du solénoïde. Retrouver l'inductance propre *L* du solénoïde.

Rappel : Volume élémentaire en coordonnées cylindriques : $dV=2\pi\rho\, d\rho\, dz$

Le solénoïde est maintenant parcouru par un coutant d'intensité variable $i(t)=I_m \cos(\omega t)$. On souhaite calculer le champ électrique induit $\overrightarrow{E_I}(t)$ par la variation temporelle de $\overrightarrow{B_0}(t) = \mu_0\, n\, i(t)\overrightarrow{e_z} = B_{om}\cos(\omega t)\overrightarrow{e_z}$.

4. A partir de considérations de symétrie et d'invariance de la distribution de courant *i*(*t*), montrer que $\overrightarrow{E_I}$ est dirigé suivant $\overrightarrow{e_\varphi}$ et de dépend que ρ dans la base ($\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_z}$) des coordonnées cylindriques (ρ, φ, z).
5. Appliquer la relation de Maxwell-Faraday (sous sa forme intégrale) à un contour circulaire (C) de rayon $\rho<R$ et d'axe z'z pour déterminer le champ électrique $\overrightarrow{E_I}(t)$ à l'intérieur du solénoïde. Montrer que $\overrightarrow{E_I}(t)$ a pour expression: $\overrightarrow{E_I}(t) = \frac{1}{2} B_{om}\omega\rho \sin(\omega t)\overrightarrow{e_\varphi}$

III. Pince ampèremétrique

On considère un bobinage torique (C_2) d'axe $z'z$, constitué de N_2 spires de section carrée b, de rayon intérieur a et de résistance négligeable (Figure ci-dessous) Un fil rectiligne, de rayon R_1 parcouru par un courant d'intensité $I_1(t)=I_{1m}\cos(\omega t)$, est placé suivant l'axe $z'z$. On rappelle que le champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ produit par le fil rectiligne à une distance $\rho > R_1$ a pour expression : $\overrightarrow{B_1}(t) = \dfrac{\mu_0 I_1(t)}{2\pi\rho}\overrightarrow{e_\varphi}$

1. Déterminer le flux Φ_{21} de $\overrightarrow{B_1}$ à travers une spire de la bobine torique (C_2). En déduire son flux total Φ_T à travers la bobine torique.

2. Déterminer le coefficient d'inductance mutuelle M entre le fil rectiligne et la bobine torique. Application numérique : b=2 cm, a=1 cm, μ_0=4π 10^{-7} SI, N_2=2000.

La bobine torique est fermée sur un ampèremètre de résistance r_A. On mesure une intensité efficace $I_{2eff} = I_{2m}/\sqrt{2}$ de 1 mA.

3. Déterminer la fem e_2 induite dans la bobine torique par la variation de $\Phi_T(t)$ (on négligera le phénomène d'auto-induction dans la bobine). En déduire l'intensité efficace $I_{1eff} = I_{1m}/\sqrt{2}$ qui parcourt le fil rectiligne en fonction de M, ω, r_A et I_{2eff}. Application numérique : ν=50 Hz, r_A =4 Ω.